TGMf

DOUX DOUX MOBILE

II ETUDE DE L'EQUILIBRE DE 13. (VOIR DOCUMENT REPONSE R1)

Bilan des actions mécaniques agissant sur 13

Force	$\overrightarrow{E_{12/13}}$	$\overrightarrow{F_{2/13}}$	$\overrightarrow{G_{Rarg/13}}$
Liaison	Pivot d'axe Ez	Linéaire rectiligne de normale Fu d'axe z.	
Point d'application	E	C	G
Direction	? ***EI***	Incliné d'un angle φ par rapport à la ⊥ au plan tangent au contact	Verticale
Sens	? **E→I**	Vers la matière du SI, inclinée du même coté que $\overrightarrow{V_{F\in 2/13}}$	Vers le haut
Intensité	? ***20***	? ***25***	25

Le système matériel isolé est en équilibre sous l'action des trois forces qui sont donc concourrantes en un même point I, et le triangle des forces est fermé.
Tracé sur feuille annexe, résultats en rouge ci-dessus.

III ETUDE DE L'EQUILIBRE DE 12. (VOIR DOCUMENT REPONSE R2).

Etude de l'équilibre :

Bilan des actions mécaniques agissant sur le système isolé, 12.

Action de 13/12 : pivot d'axe Ez	$T_{13/12} = \left\{\begin{matrix} 19 & 0 \\ 8.5 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_E$
Action de 2/12 : linéaire rectiligne de normale Dy et d'axe z, avec frottement : f=tan φ=0.3.	$T_{2/12} = \left\{\begin{matrix} X_{2/12} & 0 \\ Y_{2/12} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_D$
Action de 11/12 : pivot d'axe Bz	$T_{11/12} = \left\{\begin{matrix} X_{11/12} & 0 \\ Y_{11/12} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_B$

La composante $X_{2/12}$ du torseur de l'action mécanique de 2/12 est due au frottement. Elle doit donc répondre à la loi de frottement (appelée loi de coulomb) :

Nous nous trouvons dans le cas de pièces en mouvement relatif : il s'agit donc de glissement. Nous pouvons alors écrire :

$$\left|\frac{X_{2/12}}{Y_{2/12}}\right| = f \,.$$

Nous connaissons aussi le sens de la composante $X_{2/12}$: il sera identique au sens de $\overrightarrow{V_{D\in 2/12}}$, donc ici positif et le sens de de la composante $Y_{2/12}$: vers la matière du solide isolé, vers le bas, donc ici négatif. Donc : $\dfrac{X_{2/12}}{-Y_{2/12}} = f \Leftrightarrow X_{2/12} = -f \times Y_{2/12}$

Le système matériel isolé (biellette 12) est en équilibre donc la somme des torseurs des actions mécaniques extérieures est égale au torseur nul.

$$T_{11/12} + T_{2/12} + T_{13/12} = {}_B\{0\}$$

Pour ajouter des torseurs, il faut qu'ils soient au même point. C'est en B qu'il y a le plus d'inconnues, c'est donc en B que je vais déplacer mes torseurs.

Déplacement du torseur de 13/12 de E en B.

$$\overrightarrow{M}_{13/12}(B) = \overrightarrow{M}_{13/12}(E) + \overrightarrow{BE} \Lambda \overrightarrow{R_{13/12}}$$

$$\overrightarrow{M}_{13/12}(B) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 143-0 \\ 46-0 \\ 0-0 \end{pmatrix} \Lambda \begin{pmatrix} X_{13/12} \\ Y_{13/12} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 143 \\ 46 \\ 0 \end{pmatrix} \Lambda \begin{pmatrix} 19 \\ 8.5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 143\times 8.5 - 46\times 19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 341.5 \end{pmatrix}$$

$$T_{13/12} = {}_B\begin{Bmatrix} 19 & 0 \\ 8.5 & 0 \\ 0 & 341.5 \end{Bmatrix}$$

Déplacement du torseur de 2/12 de D en B.

$$\overrightarrow{M}_{2/12}(B) = \overrightarrow{M}_{2/12}(D) + \overrightarrow{BD} \Lambda \overrightarrow{R_{2/12}}$$

$$\overrightarrow{M}_{2/12}(B) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 74-0 \\ 39.25-0 \\ 0-0 \end{pmatrix} \Lambda \begin{pmatrix} X_{2/12} \\ Y_{2/12} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 74 \\ 39.25 \\ 0 \end{pmatrix} \Lambda \begin{pmatrix} X_{2/12} \\ Y_{2/12} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 74\times Y_{2/12} - 39.25\times X_{2/12} \end{pmatrix}$$

$$T_{2/12} = {}_B\begin{Bmatrix} X_{2/12} & 0 \\ Y_{2/12} & 0 \\ 0 & 74\times Y_{2/12} - 39.25\times X_{2/12} \end{Bmatrix}$$

Prenons en compte maintenant la relation (due au glissement) entre X2/12 et Y2/12 : $X_{2/12} = -f \times Y_{2/12}$

$$T_{2/12} = {}_B\begin{Bmatrix} X_{2/12} & 0 \\ Y_{2/12} & 0 \\ 0 & 74\times Y_{2/12} - 39.25\times X_{2/12} \end{Bmatrix} = {}_B\begin{Bmatrix} -f\times Y_{2/12} & 0 \\ Y_{2/12} & 0 \\ 0 & 74\times Y_{2/12} + 39.25\times f\times Y_{2/12} \end{Bmatrix}$$

$$T_{2/12} = {}_B\begin{Bmatrix} -0.3\times Y_{2/12} & 0 \\ Y_{2/12} & 0 \\ 0 & 74\times Y_{2/12} + 39.25\times 0.3\times Y_{2/12} \end{Bmatrix} = {}_B\begin{Bmatrix} -0.3\times Y_{2/12} & 0 \\ Y_{2/12} & 0 \\ 0 & 85.775\times Y_{2/12} \end{Bmatrix}$$

On peut alors écrire les équations scalaires issues du principe fondamental de la statique.

$$\begin{cases} -0.3\times Y_{2/12} + X_{11/12} + 19 = 0 \\ Y_{2/12} + Y_{11/12} + 8.5 = 0 \\ 341.5 + 85.775\times Y_{2/12} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Y_{2/12} = \dfrac{-341.5}{85.775} = -3.98 \\ Y_{11/12} = -8.5 - Y_{2/12} = -8.5 + 3.98 = -4.52 \\ X_{11/12} = 0.3\times Y_{2/12} - 19 = -0.3\times 3.98 - 19 = -20.19 \end{cases}$$

$$T_{2/12} = {}_D\begin{Bmatrix} 1.19 & 0 \\ -3.98 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \qquad T_{11/12} = {}_B\begin{Bmatrix} -20.19 & 0 \\ -4.52 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

IV ETUDE DE L'EQUILIBRE DE 11. (VOIR DOCUMENT REPONSE R2).

Etude de l'équilibre :

Déterminez complètement les actions en A et en C sur la pièce 11. **Une étude analytique est imposée.**

Vous justifierez les modélisations retenues pour les actions mécaniques en A et en C lors du bilan (caractéristiques connues et inconnues des actions mécaniques.)

Etude de l'équilibre :

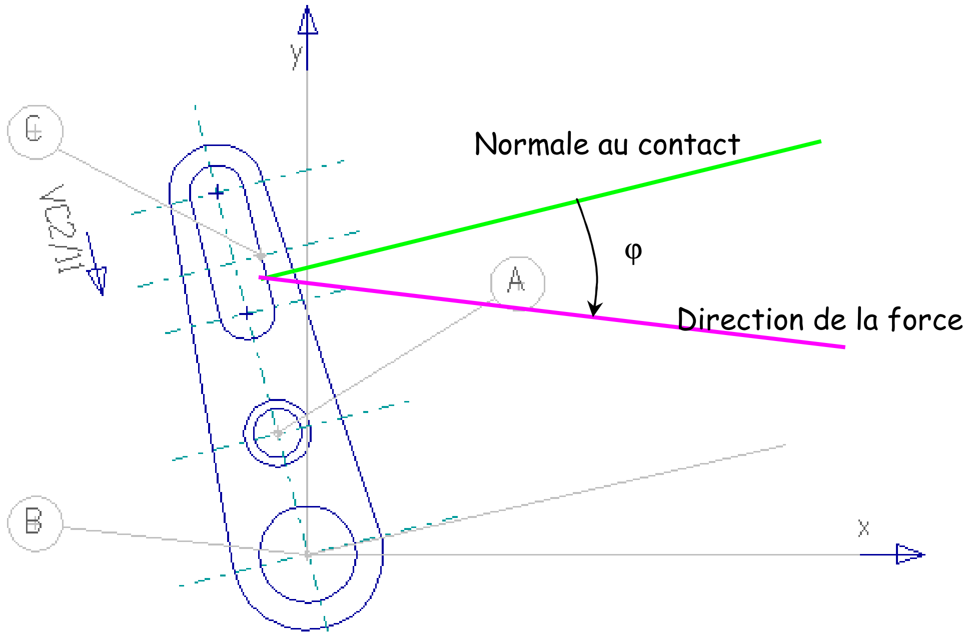
Bilan des actions mécaniques agissant sur le système isolé, 11.

Action de 12/11 : pivot d'axe Bz	$T_{12/11} = {}_B\begin{Bmatrix} 20 & 0 \\ 4.5 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$
Action de 2/11 : linéaire rectiligne de normale Cv et d'axe z, avec frottement : f=tan φ=0.3. On donne (x,v)=14	$T_{2/11} = {}_C\begin{Bmatrix} U_{2/11} & 0 \\ V_{2/11} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(v,w,z)} = {}_C\begin{Bmatrix} X_{2/11} & 0 \\ Y_{2/11} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$
Action de 10/11 : pivot d'axe Az	$T_{10/11} = {}_A\begin{Bmatrix} X_{10/11} & 0 \\ Y_{10/11} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$

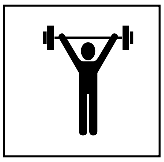
La composante $U_{2/11}$ du torseur de l'action mécanique de 2/11 est due au frottement. Elle doit donc répondre à la loi de frottement (appelée loi de coulomb) :

Nous nous trouvons dans le cas de pièces en mouvement relatif : il s'agit donc de glissement. Nous pouvons alors écrire :

$\left|\dfrac{U_{2/11}}{V_{2/11}}\right| = f$, ou dire que la force de 2/11 (ou résultante…) est portée par une droite inclinée de φ par rapport à la normale au contact en C. Vers la droite (vers la matière du solide isolé) et vers le bas (dans le même sens que $\overrightarrow{V_{C\in 2/11}}$)



Nous sommes alors contraint de calculer l'angle de frottement φ : $\varphi = \tan^{-1} f = \tan^{-1}(0.3) = 16.7°$.



Donc (?) l'angle entre la direction de la force et l'axe x est de 14-16.7=2.7°.

On peut alors écrire une relation entre les composantes de la résultante de l'action mécanique de 2/12. $\dfrac{Y_{2/12}}{X_{2/12}} = \tan(-2.7) = -0.047$

(C'est plus facile avec un dessin…)

Le système matériel isolé (levier 11) est en équilibre donc la somme des torseurs des actions mécaniques extérieures est égale au torseur nul.

$T_{10/11} + T_{2/11} + T_{11/11} = {}_A\{0\}$

Pour ajouter des torseurs, il faut qu'ils soient au même point. C'est en A qu'il y a le plus d'inconnues, c'est donc en A que je vais déplacer mes torseurs.

Déplacement du torseur de 12/11 de B en A.

$$\overrightarrow{M}_{12/11}(A) = \overrightarrow{M}_{12/11}(B) + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{R_{12/11}}$$

$$\overrightarrow{M}_{12/11}(A) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0-(-2) \\ 0-20 \\ 0-0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} X_{12/11} \\ Y_{12/11} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -20 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 20 \\ 4.5 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 9+400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 409 \end{pmatrix}$$

$$T_{12/11} = \underset{A}{\begin{Bmatrix} 20 & 0 \\ 4.5 & 0 \\ 0 & 409 \end{Bmatrix}}$$

Déplacement du torseur de 2/11 de C en A.

$$\overrightarrow{M}_{2/11}(A) = \overrightarrow{M}_{2/11}(C) + \overrightarrow{AC} \Lambda \overrightarrow{R_{2/11}}$$

$$\overrightarrow{M}_{2/11}(A) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -16.5-(-2) \\ 47.5-20 \\ 0-0 \end{pmatrix} \Lambda \begin{pmatrix} X_{2/11} \\ Y_{2/11} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14.5 \\ 27.5 \\ 0 \end{pmatrix} \Lambda \begin{pmatrix} X_{2/11} \\ Y_{2/11} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -14.5 \times Y_{2/11} - 27.5 \times X_{2/11} \end{pmatrix}$$

$$T_{2/11} = \underset{A}{\begin{Bmatrix} X_{2/11} & 0 \\ Y_{2/11} & 0 \\ 0 & -14.5 \times Y_{2/11} - 27.5 \times X_{2/11} \end{Bmatrix}}$$

Prenons en compte maintenant la relation (due au glissement) entre $X_{2/11}$ et $Y_{2/11}$:

$$\frac{Y_{2/12}}{X_{2/12}} = \tan(-2.7) = -0.047 \Leftrightarrow Y_{2/12} = -0.047 \times X_{2/12}$$

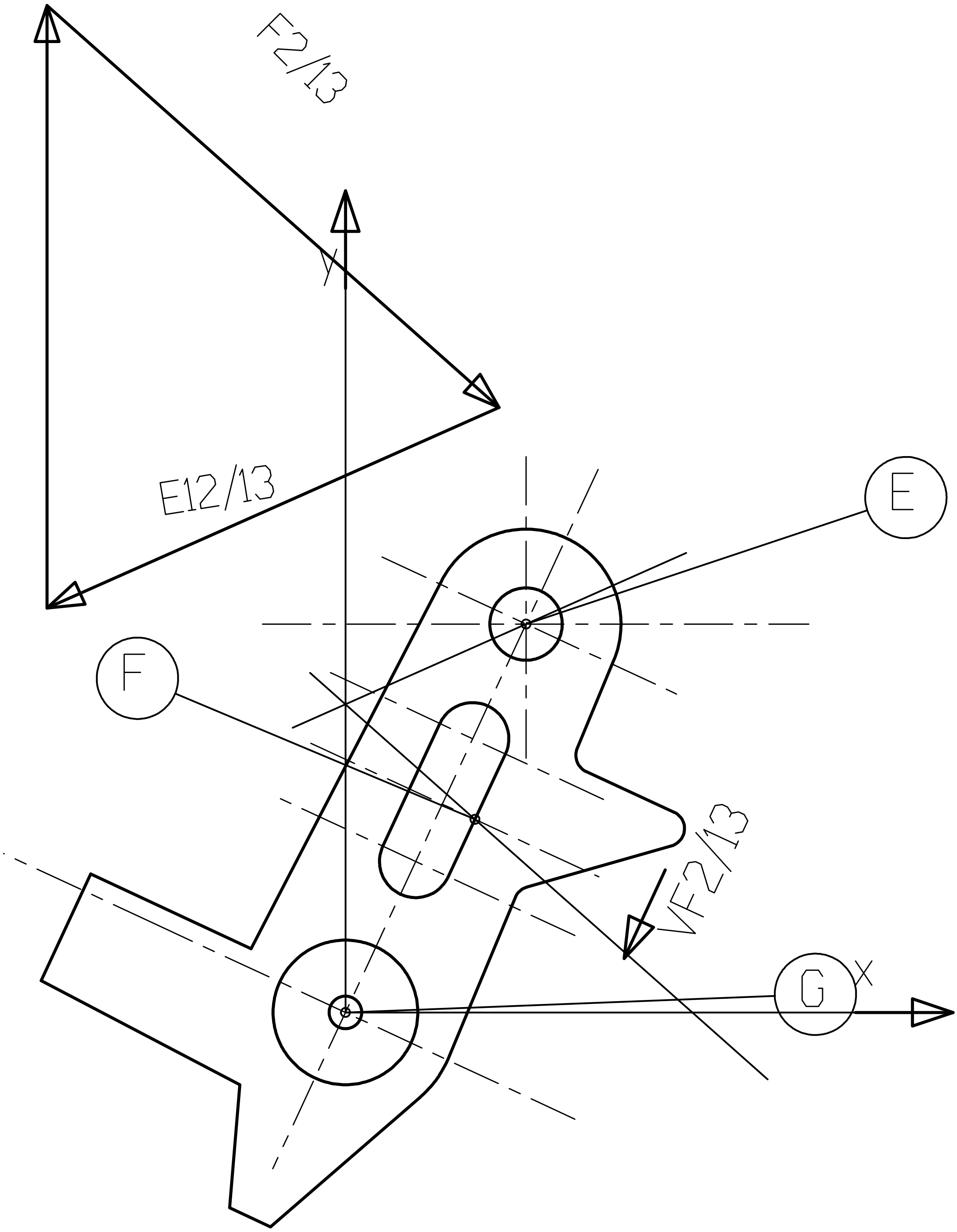
$$T_{2/11} = \underset{A}{\begin{Bmatrix} X_{2/11} & 0 \\ Y_{2/11} & 0 \\ 0 & -14.5 \times Y_{2/11} - 27.5 \times X_{2/11} \end{Bmatrix}} = \underset{A}{\begin{Bmatrix} X_{2/11} & 0 \\ -0.047 \times X_{2/11} & 0 \\ 0 & -14.5 \times (-0.047) \times X_{2/11} - 27.5 \times X_{2/11} \end{Bmatrix}}$$

$$T_{2/11} = \underset{A}{\begin{Bmatrix} X_{2/11} & 0 \\ -0.047 \times X_{2/11} & 0 \\ 0 & -14.5 \times (-0.047) \times X_{2/11} - 27.5 \times X_{2/11} \end{Bmatrix}} = \underset{A}{\begin{Bmatrix} X_{2/11} & 0 \\ -0.047 \times X_{2/11} & 0 \\ 0 & -26.81 \times X_{2/11} \end{Bmatrix}}$$

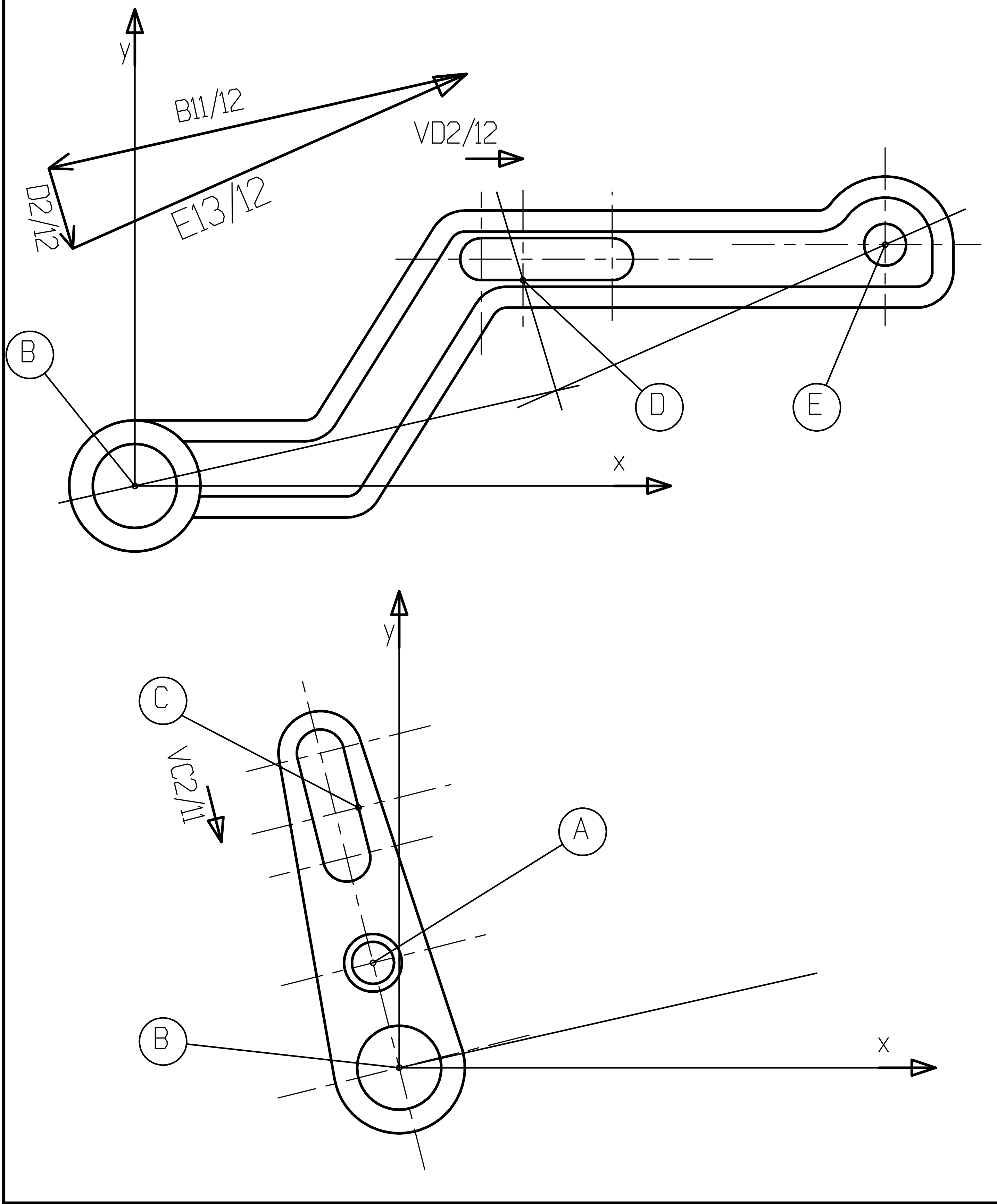
On peut alors écrire les équations scalaires issues du principe fondamental de la statique.

$$\begin{cases} X_{2/11} + X_{10/11} + 20 = 0 \\ -0.047 \times X_{2/11} + Y_{10/11} + 4.5 = 0 \\ 409 - 26.81 \times X_{2/11} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_{2/11} = \dfrac{409}{26.81} = 15.25 \\ Y_{10/11} = -4.5 + 0.047 \times X_{2/11} = -4.5 + 0.047 \times 15.25 = -3.78 \\ X_{10/11} = -Y_{2/11} - 20 = -15.25 - 20 = -35.25 \end{cases}$$

$$T_{2/11} = \underset{C}{\begin{Bmatrix} 15.25 & 0 \\ -0.72 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}} \qquad T_{10/11} = \underset{A}{\begin{Bmatrix} -35.25 & 0 \\ -3.78 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}}$$



Format : A4 Echelle : 3 : 1	Doux doux mobile *R1 13 Biellette*
Dessiné par : Denis Bourchanin	Lycée André Argouges
Le : 20/01/2008	Projet : d:\sc\doudou.pro Calque: 13



Format : A4 Echelle : 2 : 1	Doux doux mobile *11 Biellette 12 Levier*
Dessiné par : Denis Bourchanin	Lycée André Argouges
Le : 20/01/2008	Projet : d:\sc\doudou.pro Calque: 11 + 12