1. Introduction

En cinématique on étudie les mouvements des corps dans leur rapport avec le temps, indépendamment des causes qui les produisent.

2. Notion de mouvement

Un mouvement, ou un déplacement, impose de préciser le repère spatial dans lequel seront exprimées les coordonnées des points du solide en mouvement. Ce repère spatial peut-être fixe (par rapport à la terre) ou mobile (lié à un solide).

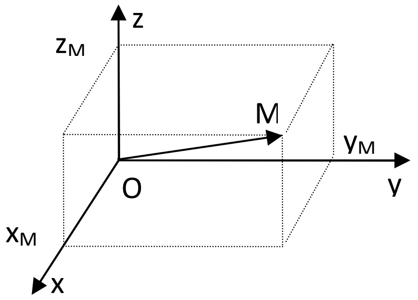
Un solide sera en déplacement par rapport au repère choisi s'il existe un point lié à ce solide dont une coordonnée varie dans le temps : il est donc nécessaire de définir aussi un repère temporel.

Le mouvement d'un solide est dit Absolu s'il est décrit par rapport à un solide de référence au repos.

Le mouvement d'un solide est dit Relatif s'il est décrit par rapport à un solide de référence en mouvement par rapport à une référence au repos.

Expression mathématique de la position d'un point

La position de M est donnée par ses coordonnées cartésiennes.

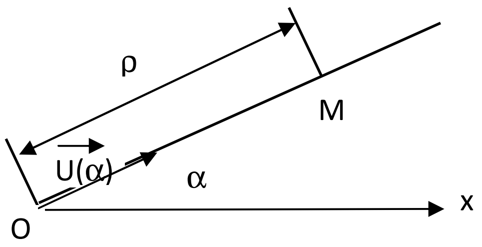


Soit le point M de coordonnées (X(t), Y(t), Z(t)) dans le repère (R).

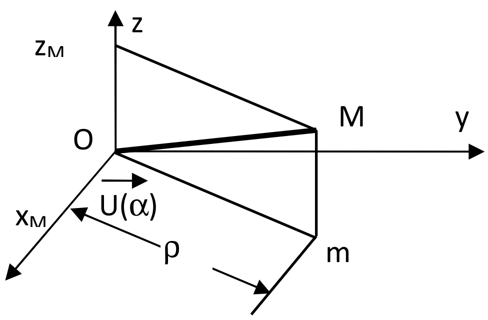
Le vecteur position de M s'écrira : $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} X(t) \\ Y(t) \\ Z(t) \end{pmatrix}$

Ou $\overrightarrow{OM} = X(t).\vec{x} + Y(t).\vec{y} + Z(t).\vec{z}$

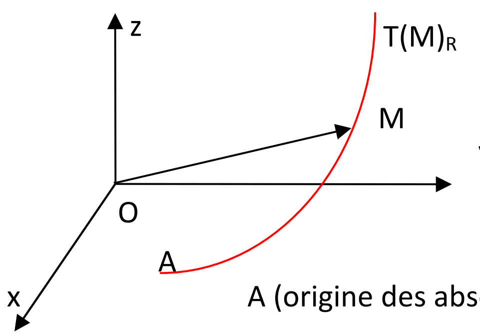
La position de M est donnée par ses coordonnées polaires dans un plan.



La position de M est donnée par ses coordonnées cylindriques.



La position de M est donnée par on abscisse curviligne.



On appelle abscisse curviligne du point M appartenant au solide (S) dans son mouvement de (S)/(R)

3. Equation de la trajectoire

Si le point M est en mouvement par rapport à (R0) l'une au moins de ses coordonnées de position est fonction du temps.

X(t), Y(t), et Z(t) en coordonnées cartésiennes ; $\rho(t)$, $\alpha(t)$, z(t) en coordonnées cylindriques constituent les équations paramétriques (t étant le paramètre) de la trajectoire de M par rapport à (R_0) .

Par conséquent, pour trouver l'équation de $T(M)_R$ il faut par combinaison des équations paramétriques de $T(M)_R$ éliminer t.

L'abscisse curviligne s est une fonction du temps. L'expression *s = f(t)* est appelée *Equation horaire* ou plus simplement *équation du mouvement* de M sur sa trajectoire TM (S/R) dans le repère (R_0) .

4. Vitesses.

a) Vitesse moyenne :

La vitesse moyenne se calcule en divisant la distance parcourue par le temps de parcours ; elle a un sens sur une période donnée.

b) Vitesse instantanée :

La vitesse instantanée du point M dans le mouvement de S/R est :

$\overrightarrow{V_{M\in S/R}} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ avec O centre du repère (ou point appartenant au solide auquel est lié le repère R)

La vitesse instantanée est définie comme un vecteur : il faut donc préciser sa direction, son sens, son intensité.

La vitesse d'un point est tangente à sa trajectoire.

5. Vecteur accélération:

La vitesse d'un point par rapport à un repère est une fonction du temps, sa variation est donnée par l'accélération:

$$\boxed{\vec{\Gamma}_{M/(R)} = \left(\frac{d\,\overrightarrow{V_{M/(R)}}}{dt} \right)_{(R)}}$$

La dimension de l'accélération est une longueur divisée par le carré d'un temps, l'unité d'accélération est le m/s^2.

Remarque:

Le vecteur accélération représente le taux de variation du vecteur vitesse. La variation d'un vecteur peut se faire en norme et/ou en direction. Intuitivement, on imagine qu'il existe deux composantes privilégiées du vecteur accélération:

Une composante colinéaire au vecteur vitesse $\vec{V}_{M/(R)}$ (donc tangente à la trajectoire $\tau^M_{(R)}$) traduisant la variation de norme.

Une composante normale au vecteur vitesse $\vec{V}_{M/(R)}$ (donc normale à la trajectoire $\tau^M_{(R)}$) traduisant la variation de direction.

6. Mouvements particuliers

Translation:

Le mouvement de S par rapport à R est une translation si, quels que soient deux points A et B, et deux instants t_0 et t_1, le vecteur AB(t_1) est équipollent à AB(t_0).

Conséquences:

La trajectoire dans un mouvement de translation est identique pour tous les points.

Le vecteur vitesse dans un mouvement de translation est identique pour tous les points.

Rotation autour d'un axe

Le mouvement de S par rapport à R est une rotation autour d'un axe s'il existe deux points distincts A et B immobiles.

Conséquences:

Tous les points appartenant à la droite AB seront immobiles. La droite AB sera appelée axe de rotation.

La trajectoire dans un mouvement de rotation est un cercle dont le centre appartient à l'axe de rotation contenu dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation.

Le vecteur vitesse dans un mouvement de rotation est perpendiculaire au rayon de ce cercle.

Rotation autour d'un point

Le mouvement de S par rapport à R est une rotation autour d'un point s'il existe un point unique A immobile.

Conséquences:

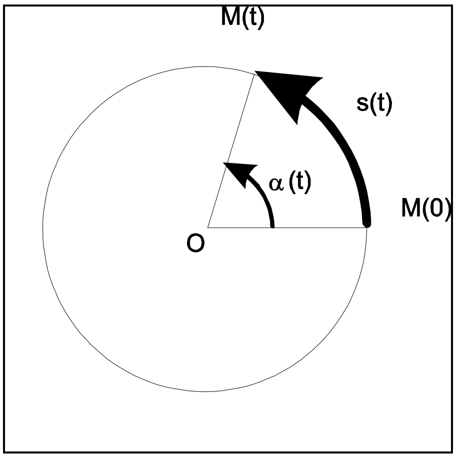
La trajectoire dans un mouvement de rotation autour d'un point est un cercle dont le centre est le centre du mouvement.

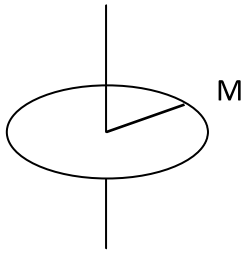
Le vecteur vitesse dans un mouvement de rotation est perpendiculaire au rayon de ce cercle.

7. Champs des vitesses :

a) Mouvement de rotation autour d'un axe fixe :

La trajectoire d'un point M appartenant à une pièce 1 en mouvement de rotation par rapport à un repère 0 est un cercle dont le centre appartient à l'axe de rotation. On peut repérer la position de M en fonction du temps par son abscisse curviligne s(t).





Le déplacement du point M est : $s(t) = \alpha(t) \times OM$, exprimé en mm. La distance OM représente le rayon R de la trajectoire. Pour calculer la vitesse linéaire du point M, il faut dériver la fonction s(t) : $V_M = \frac{d\,s(t)}{dt}$.Le rayon R étant constant, cette dérivée devient :

$V_M = \frac{d\,s(t)}{dt} = R.\frac{d\,\alpha(t)}{dt} = R.\omega(t)$, avec ω vitesse angulaire du mouvement 1/0.

La vitesse linéaire (exprimée en m/s) d'un point dans un mouvement de rotation par rapport à un axe fixe est donc proportionnelle au rayon.

On peut définir un vecteur vitesse de rotation $\overrightarrow{\Omega}$ tel que :

- Son support est l'axe de rotation
- Son intensité est $|\omega(t)|$, définie précédemment.
- Son sens est le sens positif si le mouvement est dans le sens trigonométrique.

Le vecteur vitesse du point M s'exprimera alors : $\overrightarrow{V_{M1/0}} = \overrightarrow{MO} \Lambda \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$