CINEMATIQUE

But : Etude des mouvements sans se préoccuper des causes.

I MOUVEMENT

Un mouvement, ou un déplacement, impose de préciser le repère spatial dans lequel seront exprimées les coordonnées des points du solide en mouvement. Ce repère spatial peut-être fixe (par rapport à la terre) ou mobile (lié à un solide).

Un solide sera en déplacement par rapport au repère choisi s'il existe un point lié à ce solide dont une coordonnée varie dans le temps : il est donc nécessaire de définir aussi un repère temporel.

II VECTEUR POSITION

La position d'un solide S par rapport à un repère R sera définie par six paramètres indépendants. Si un point M appartient à ce solide S, le vecteur OM (x(t), y(t), z(t)) (O : centre du repère R) est le vecteur position de M dans le mouvement de S par rapport à R. Le point M, quand t varie, décrit une courbe appelée trajectoire du point M dans le mouvement de S par rapport à R et notée : T(M∈S/R).

III VITESSES.

La vitesse du point M dans le mouvement de S/R est :

$$\overrightarrow{V_{M \in S/R}} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

La vitesse est définie comme un vecteur : il faut donc préciser
Sa direction, son sens, son intensité.
La vitesse d'un point est tangente à sa trajectoire.

IV MOUVEMENTS PARTICULIERS

Translation:

Le mouvement de S par rapport à R est une translation si, quels que soient deux points A et B, et deux instants t_0 et t_1, le vecteur AB(t_1) est équipollent à AB(t_0).

CONSEQUENCES:

- La trajectoire dans un mouvement de translation est identique pour tous les points.
- Le vecteur vitesse dans un mouvement de translation est identique pour tous les points.

Rotation autour d'un axe

Le mouvement de S par rapport à R est une rotation autour d'un axe s'il existe deux points distincts A et B immobiles.

Conséquences:

- Tous les points appartenant à la droite AB seront immobiles. La droite AB sera appelée axe de rotation.
- La trajectoire dans un mouvement de rotation est un cercle dont le centre appartient à l'axe de rotation contenu dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation.
- Le vecteur vitesse dans un mouvement de rotation est perpendiculaire au rayon de ce cercle.

Rotation autour d'un point

Le mouvement de S par rapport à R est une rotation autour d'un point s'il existe un point unique A immobile.

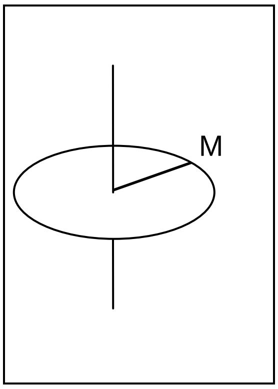
CONSEQUENCES:

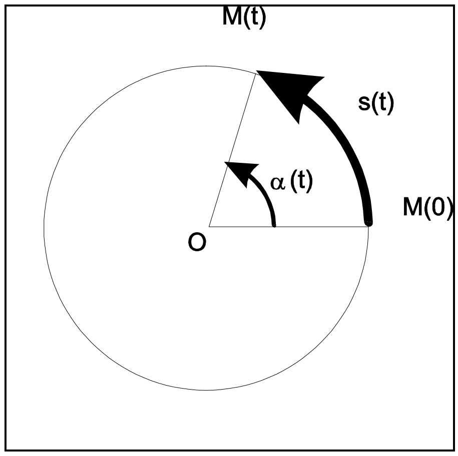
- La trajectoire dans un mouvement de rotation autour d'un point est un cercle dont le centre est le centre du mouvement.
- Le vecteur vitesse dans un mouvement de rotation est perpendiculaire au rayon de ce cercle.

V CHAMPS DES VITESSES :

Mouvement de rotation autour d'un axe fixe :

La trajectoire d'un point M appartenant à une pièce 1 en mouvement de rotation par rapport à un repère 0 est un cercle dont le centre appartient à l'axe de rotation. On peut repérer la position de M en fonction du temps par son abscisse curviligne s(t).





Le déplacement du point M est : s(t)=α(t) * OM, exprimé en mm. La distance OM représente le rayon R de la trajectoire. Pour calculer la vitesse linéaire du point M, il faut dériver la fonction s(t) : $V_M = \frac{d\,s(t)}{dt}$.Le rayon R étant constant, cette dérivée devient :

$V_M = \frac{d\,s(t)}{dt} = R.\frac{d\,\alpha(t)}{dt} = R.\omega(t)$, avec ω vitesse angulaire du mouvement 1/0.

La vitesse linéaire (exprimée en m/s) d'un point dans un mouvement de rotation par rapport à un axe fixe est donc proportionnelle au rayon.

On peut définir un vecteur vitesse de rotation $\vec{\Omega}$ tel que :

- Son support est l'axe de rotation
- Son intensité est $|\omega(t)|$, définie précédemment.
- Son sens est le sens positif si le mouvement est dans le sens trigonométrique.

Le vecteur vitesse du point M s'exprimera alors : $\vec{V}_{M1/0} = \vec{MO} \Lambda \vec{\Omega}_{1/0}$

VI COMPOSITION DES MOUVEMENTS :

Le vecteur position d'un point M appartenant à S est défini par : OM. Soit un point O1 appartenant à un solide S1, on peut écrire le vecteur position $\vec{OM} = \vec{OO1} + \vec{O1M}$, c'est à dire la somme du vecteur position de O1 dans le mouvement S1/R et du vecteur position de M dans le mouvement de S/S1.

En dérivant cette relation, on démontre l'équation de composition des vitesses :

$\vec{V}_{(M \in S/R)} = \vec{V}_{(M \in S/S1)} + \vec{V}_{(M \in S1/R)}$

VII EQUIPROJECTIVITE.

En multipliant scalairement l'équation précédente par le vecteur $\vec{MN}$, on obtient le théorème de l'équiprojectivité : $\vec{V}_{(N \in S/R)}.\vec{MN} = \vec{V}_{(N \in S/R)}.\vec{MN}$.

VIII MOUVEMENTS PLANS :

81 Définition :

Lorsqu'un solide S se déplace de telle façon qu'un point $M \in S$ reste à une distante constante d'un plan fixe, on dit que S est animé d'un mouvement plan.

82 Centre instantané de rotation.

Dans un mouvement plan, on peut assimiler le mouvement de S/R à une rotation de centre $I_{S/R}$, centre instantané de rotation, qui sera à l'intersection de deux normales aux trajectoires (ou aux vitesses) à l'instant considéré.

IX RESOLUTION D'UN PROBLEME DE CINEMATIQUE.

On dispose des trois méthodes énoncées ci-dessus et décrites ci-dessous.

91 Composition des vitesses :

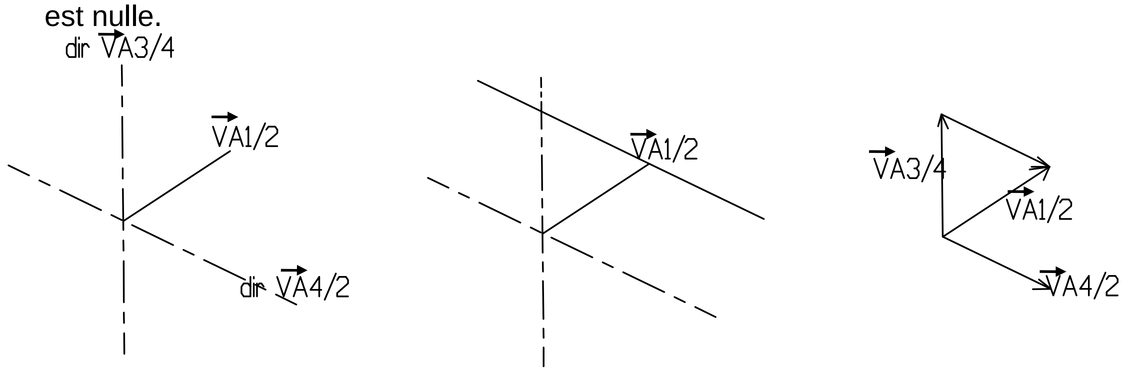
- On connaît $\vec{V}_{A1/2}$, on cherche $\vec{V}_{A3/4}$.
- On écrit la composition des vitesses :

$\vec{V}_{A1/2} = \vec{V}_{A\ /\ } + \vec{V}_{A3/4} + \vec{V}_{A\ /\ }$

- On détermine alors facilement les indices des vitesses du second membre :

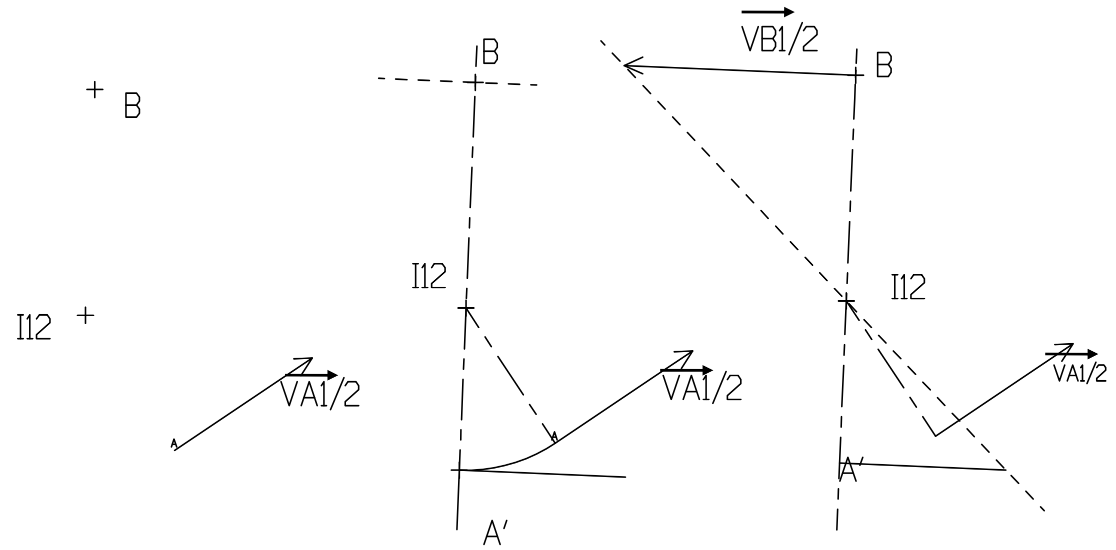
$\vec{V}_{A1/2} = \vec{V}_{A1/3} + \vec{V}_{A3/4} + \vec{V}_{A4/2}$

- $\vec{V}_{A1/2}$ est connue, on peut déterminer graphiquement deux intensités des vitesses du second membre de l'équation, si les directions sont connues ou 1 direction et 1 intensité. Dans l'exemple ci contre, on connaît les directions de $\vec{V}_{A3/4}$ et $\vec{V}_{A4/2}$, et $\vec{V}_{A1/3}$ est nulle.



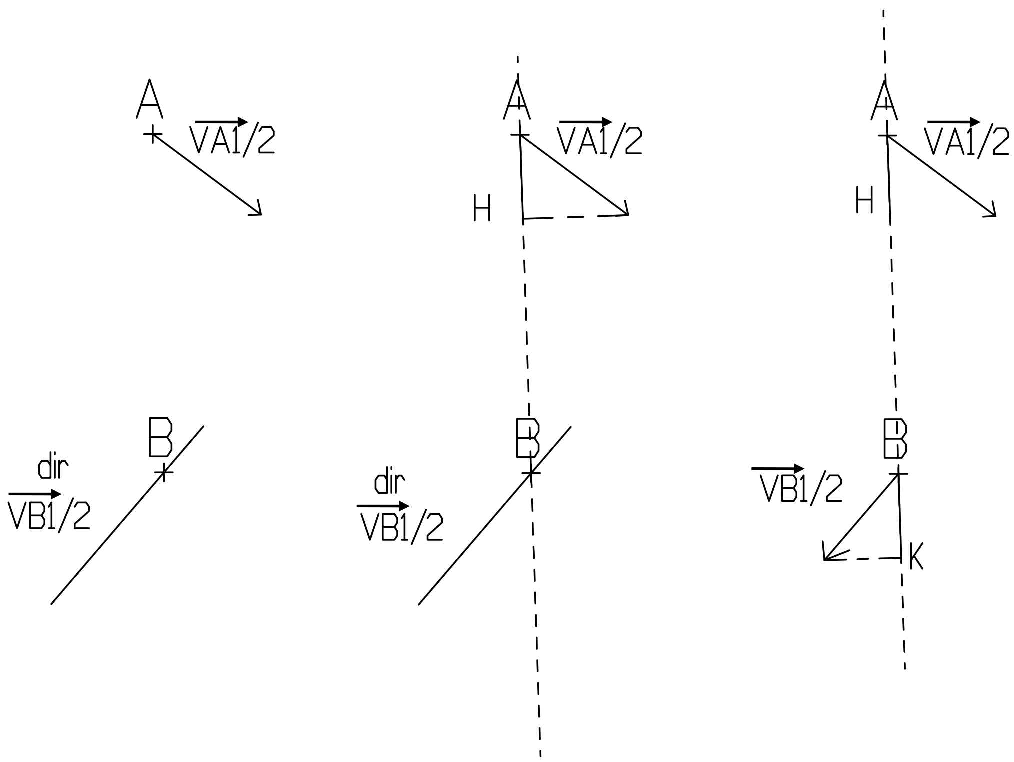
92 Proportionnalité des vitesses :

- On connaît $\vec{V}_{A1/2}$, on cherche $\vec{V}_{B1/2}$. Le centre de rotation, permanent ou instantané, du mouvement 1/2 est connu : I_{12}.
- On trace la direction de $\vec{V}_{B1/2}$, perpendiculaire à $\overrightarrow{I_{12}B}$
- On trace un point A', appartenant à la droite $\overrightarrow{I_{12}B}$, et tel que la distance entre I_{12} et A' soit égale à la distance entre I_{12} et A.
- On trace $\vec{V}_{A'1/2}$, perpendiculaire à $\overrightarrow{I_{12}A'}$, et de même intensité que $\vec{V}_{A1/2}$
- On trace la droite passant par l'extrémité de $\vec{V}_{A'1/2}$ et I_{12}
- L'intersection de cette droite et de la direction de $\vec{V}_{B1/2}$ donne l'extrémité de $\vec{V}_{B1/2}$.



93 Equiprojectivité des vitesses.

- On connaît $\overrightarrow{V_{A1/2}}$, on cherche $\overrightarrow{V_{B1/2}}$. Le centre de rotation du mouvement 1/2 est inconnu, mais la direction de $\overrightarrow{V_{B1/2}}$ est connue.
- On trace la droite AB.
- On projette $\overrightarrow{V_{A1/2}}$ sur la droite AB, perpendiculairement.
- On reporte cette projection au point B. (même longueur, même sens : AH=BK)
- Au point K, on trace une perpendiculaire à la droite AB.
- Cette droite coupe la direction de $\overrightarrow{V_{B1/2}}$ à l'extrémité de $\overrightarrow{V_{B1/2}}$.



BRAS MANIPULATEUR

Le mécanisme étudié est le manipulateur pneumatique que nous venons de modéliser. Nous désirons déterminer la vitesse de déplacement de la pince lors de sa descente en fonction de la vitesse de sortie du vérin B : 3 cm/s.

ETUDE CINEMATIQUE :

1 MOUVEMENTS

11 *Quel est le mouvement de l'écrou 18 (ensemble E) par rapport au bâti A ?*
12 *Quel est le mouvement de la noix 17 (ensemble D) par rapport à l'ensemble E ?*
13 *Quel est le mouvement du levier 16 (ensemble C) par rapport au bâti A ?*
14 *Quel est le mouvement du levier 16 par rapport au coulisseau 7 (ensemble B) ?*
15 *Quel est le mouvement du coulisseau 7 par rapport au bâti A ?*
16 *Quel est le mouvement de la noix 17 par rapport au levier 16(ensemble C) ?*

2 TRAJECTOIRES :

21 *Tracez sur le dessin la trajectoire du point Q dans le mouvement de E par rapport à A.*
22 *Tracez sur le dessin la trajectoire du point Q dans le mouvement de D par rapport à E.*
23 *Tracez sur le dessin la trajectoire du point Q dans le mouvement de C par rapport à A.*
24 *Tracez sur le dessin la trajectoire du point Q dans le mouvement de C par rapport à A.*
25 *Tracez sur le dessin la trajectoire du point P dans le mouvement de C par rapport à A.*
26 *Tracez sur le dessin la trajectoire du point P dans le mouvement de B par rapport à A.*
27 *Tracez sur le dessin la trajectoire du point P dans le mouvement de B par rapport à C.*
28 *Tracez sur le dessin la trajectoire du point R dans le mouvement de B par rapport à A.*

3 DIRECTIONS DES VITESSES :

31 *Quelle est la direction de la vitesse du point Q dans le mouvement de E par rapport à A. Tracez la sur le dessin.*
32 *Quelle est la direction de la vitesse du point Q dans le mouvement de D par rapport à E. Tracez la sur le dessin.*
33 *Quelle est la direction de la vitesse du point Q dans le mouvement de C par rapport à A. Tracez la sur le dessin.*
34 *Quelle est la direction de la vitesse du point Q dans le mouvement de C par rapport à D. Tracez la sur le dessin.*
35 *Quelle est la direction de la vitesse du point P dans le mouvement de C par rapport à A. Tracez la sur le dessin.*
36 *Quelle est la direction de la vitesse du point P dans le mouvement de B par rapport à A. Tracez la sur le dessin.*
37 *Quelle est la direction de la vitesse du point P dans le mouvement de B par rapport à C. Tracez la sur le dessin.*
38 *Quelle est la direction de la vitesse du point R dans le mouvement de B par rapport à A. Tracez la sur le dessin.*

4 DETERMINATION DE LA VITESSE DE B PAR RAPPORT A A.

Donnée: vitesse de sortie du vérin : $\|\overrightarrow{V_{Q\in D/E}}\|=0.03m/s$
échelle des vitesses : 1mm➔0,5mm/s
Pour répondre à ces questions, vous placerez un calque sur le dessin fourni.
41 *Tracez la vitesse* $\overrightarrow{V_{Q\in D/E}}$.
42 **421** *Comparez* $\overrightarrow{V_{Q\in C/A}}$ *et* $\overrightarrow{V_{Q\in D/A}}$. *Quelle est la direction de* $\overrightarrow{V_{Q\in D/A}}$
422 *Ecrivez la composition des vitesses au point Q pour les mouvements E/A, E/D, D/A.*
423 *Déterminez la vitesse* $\overrightarrow{V_{Q\in C/A}}$
43 *Déterminez alors la vitesse* $\overrightarrow{V_{P\in C/A}}$
44 *Déterminez la vitesse* $\overrightarrow{V_{P\in B/A}}$
45 *Déterminez la vitesse* $\overrightarrow{V_{R\in B/A}}$

1 MOUVEMENTS

11 Le mouvement de l'écrou 18 (ensemble E) par rapport au bâti A est une rotation de centre R, car la liaison entre E et A est une liaison pivot d'axe Rz.

12 Le mouvement de la noix 17 (ensemble D) par rapport à l'écrou 18 (ensemble E) est une translation d'axe Qu, car la liaison entre D et E est une liaison pivot glissant d'axe Qu. (Notre étude se limitant au plan x,y, la rotation d'axe Qu autorisée par la liaison pivot glissant n'apparaît pas.)

13 Le mouvement du levier 16 (ensemble C) par rapport au bâti A est une rotation de centre S, car la liaison entre C et A est une liaison pivot d'axe Sz.

14 Le mouvement du levier 16 (ensemble C) par rapport au coulisseau 7 (ensemble B) est une composition d'une rotation de centre P et d'une translation d'axe x, car la liaison entre C et B est une linéaire rectiligne d'axe Pz de normale y. (Notre étude se limitant au plan x,y, la translation d'axe z et la rotation d'axe Pz autorisées par la liaison linéaire rectiligne n'apparaissent pas).

15 Le mouvement du coulisseau 7 (ensemble B) par rapport au bâti A est une translation d'axe y, car la liaison entre B et A est une glissière d'axe y.

16 Le mouvement de la noix 17 (ensemble D) par rapport au levier 16 (ensemble C) est une rotation de centre Q, car la liaison entre D et C est une liaison pivot d'axe Qz.

2 TRAJECTOIRES :

21 La trajectoire du point Q dans le mouvement de E par rapport à A est un (arc de) cercle de centre R passant par Q (ou de rayon RQ).

22 La trajectoire du point Q dans le mouvement de C par rapport à A est un (arc de) cercle de centre S passant par Q (ou de rayon SQ).

23 La trajectoire du point Q dans le mouvement de E par rapport à D est portée par la droite Qu.

24 Le point Q dans le mouvement de C par rapport à D immobile : c'est le centre de rotation du mouvement de C par rapport à D.

25 La trajectoire du point P dans le mouvement de C par rapport à A est un (arc de) cercle de centre S passant par P (ou de rayon SP).

26 La trajectoire du point P dans le mouvement de B par rapport à A est portée par la droite Py.

27 La trajectoire du point P dans le mouvement de B par rapport à C est portée par la droite Px.

26 La trajectoire du point R dans le mouvement de B par rapport à A est portée par la droite Ry.

3 DIRECTIONS DES VITESSES :

31 La vitesse du point Q dans le mouvement de E par rapport à A est perpendiculaire à RQ : $\overrightarrow{V_{Q\in E/A}} \perp \overrightarrow{RQ}$.

32 $\overrightarrow{V_{Q\in D/E}}$ est portée par Qu.

33 $\overrightarrow{V_{Q\in C/A}} \perp \overrightarrow{SQ}$.

34 $\overrightarrow{V_{Q\in C/D}} = \overrightarrow{0}$.

35 $\overrightarrow{V_{P\in C/A}} \perp \overrightarrow{SP}$.

36 $\overrightarrow{V_{P\in B/A}}$ est portée par $\overrightarrow{Py}$.

37 $\overrightarrow{V_{P\in B/C}}$ est portée par $\overrightarrow{Px}$.

38 $\overrightarrow{V_{R\in B/A}}$ est portée par $\overrightarrow{Ry}$.

4 DETERMINATION DE LA VITESSE DE B PAR RAPPORT A A.

41 Je trace le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{Q\in D/E}}$: Au point Q, de direction u (voir réponse 32), de longueur : 6cm (qui représentent 0,03m/s avec l'échelle proposée).

42 **421** $\overrightarrow{V_{Q\in C/A}} = \overrightarrow{V_{Q\in C/D}} + \overrightarrow{V_{Q\in D/A}}$.

Avec $\overrightarrow{V_{Q\in C/D}} = \overrightarrow{0}$ (voir réponse 34), donc $\overrightarrow{V_{Q\in C/A}} = \overrightarrow{V_{Q\in D/A}}$.

La direction de $\overrightarrow{V_{Q\in C/A}} = \overrightarrow{V_{Q\in D/A}}$ est donc la même que celle de $\overrightarrow{V_{Q\in C/A}}$, donc $\perp$ SQ.

422 et 423 $\overrightarrow{V_{Q\in D/A}} = \overrightarrow{V_{Q\in D/E}} + \overrightarrow{V_{Q\in E/A}}$. Je connais entièrement $\overrightarrow{V_{Q\in E/D}}$, et la direction des deux autres vitesses. Je trace donc, à l'extrémité du vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{Q\in E/D}}$, une parallèle à la direction de $\overrightarrow{V_{Q\in D/A}}$. Elle coupera alors la direction de $\overrightarrow{V_{Q\in E/A}}$ au point qui deviendra leur extrémité (coté de la flèche du vecteur pour respecter l'équation vectorielle ci-dessus). En mesurant, et en convertissant grâce à l'échelle, je trouve l'intensité des vecteurs vitesses.

$\|\overrightarrow{V_{Q\in D/A}}\| = 0,03$ m/s $\qquad$ $\|\overrightarrow{V_{Q\in E/A}}\| = 0,005$ m/s

Il ne me reste plus qu'à tracer la vitesse $\overrightarrow{V_{Q\in D/A}}$ au point Q.

43 Je connais maintenant la vitesse $\overrightarrow{V_{Q\in C/A}}$. Je cherche $\overrightarrow{V_{P\in C/A}}$. Le centre de rotation du mouvement de C/A est connu : c'est le point S. J'emploie donc la méthode de proportionnalité des vitesses :

Je trace un point Q' appartenant à la droite SP (S centre du mouvement, P point où je cherche la vitesse), et tel que la distance SQ soit égale à la distance SQ'.

La vitesse $\overrightarrow{V_{Q'\in C/A}}$ est perpendiculaire à SQ', et de même intensité que $\overrightarrow{V_{Q\in C/A}}$. Je la trace donc sur mon dessin. Je trace la droite de proportionnalité, passant par S et par l'extrémité de $\overrightarrow{V_{Q'\in C/A}}$. L'intersection entre cette droite et l'extrémité de la direction de $\overrightarrow{V_{P\in C/A}}$ me donne l'extrémité de $\overrightarrow{V_{P\in C/A}}$. En mesurant, et en convertissant grâce à l'échelle, je trouve son intensité : $\|\overrightarrow{V_{P\in C/A}}\| = 0,03$ m/s

44 Je connais maintenant la vitesse $\overrightarrow{V_{P\in C/A}}$. Je cherche $\overrightarrow{V_{P\in B/A}}$. J'emploie alors la composition des vitesses : $\overrightarrow{V_{P\in B/A}} = \overrightarrow{V_{P\in\ /}} + \overrightarrow{V_{P\in C/A}}$.. Je trouve facilement les indices du vecteur vitesse incomplet : $\overrightarrow{V_{P\in B/A}} = \overrightarrow{V_{P\in B/C}} + \overrightarrow{V_{P\in C/A}}$. .Je connais entièrement $\overrightarrow{V_{P\in C/A}}$, et la direction des deux autres vitesses. Je trace donc, à l'extrémité du vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{P\in C/A}}$, une parallèle à la direction de $\overrightarrow{V_{P\in B/C}}$. Elle coupera alors la direction de $\overrightarrow{V_{P\in B/A}}$ au point qui deviendra leur extrémité (coté de la flèche du vecteur pour respecter l'équation vectorielle ci-dessus). En mesurant, et en convertissant grâce à l'échelle, je trouve l'intensité des vecteurs vitesses.

$\|\overrightarrow{V_{P\in B/C}}\| = 0,011$ m/s $\qquad$ $\|\overrightarrow{V_{P\in B/A}}\| = 0,025$ m/s

Il ne me reste plus qu'à tracer la vitesse $\overrightarrow{V_{P\in B/C}}$ au point P.

45 Le mouvement de B/A étant une translation, tous les points ont même vitesse. Donc $\overrightarrow{V_{P\in B/A}} = \overrightarrow{V_{R\in B/A}}$.